

1-(2 points)

Dans le tableau suivant, une seule des reponses proposees a chaque question est correcte.
Ecrire le numero de chaque question et donner, en justifiant, la reponse qui lui correspond.

N°	Questions	Reponses			
		a	b	c	d
1	Si $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n}$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n =$	4	2	+∞	8
2	La solution de l'equation $\ln(x-1) + \ln(x+2) = 2\ln 2$ est:	{2;-3}	{2;3}	{2}	{1;2}
3	Si $C = C$ alors $n =$	35	12	14	10
4	Soit deux evenements A et B. Si $P(B) = 0,2$ et $P(A/B) = 0,6$ alors $P(A \cap B) =$	0,12	0,4	0,8	0,2

II- (Spoints)

On dispose de deux urnes U et V.

U contient quatre boules blanches numerotees de 1 à 4 et trois boules rouges numerotees de 5 à 7.

V contient trois boules blanches numerotees de 1 à 3 et deux boules rouges numerotees de 4 à 5.

1) On tire au hasard une boule de chaque urne.

Calculer la probabilite de chacun des evenements suivants :

R : « les deux boules tirees sont rouges »

C : « les deux boules tirees sont de meme couleur »

N : « les deux boules tirees portent le meme numero »

2) On met les douze boules de U et V dans une urne W.

On tire simultanement et au hasard trois boules de l'urne W.

a- Quelle est la probabilite d'avoir la boule qui porte le numero 7 parmi les trois boules tirees ?

b- Quelle est la probabilite d'avoir les deux boules qui portent le numero 4 parmi les trois boules tirees ?

c- Quelle est la probabilite de tirer trois boules portant des numeros pouvant former le nombre 226 ?

d- Sachant que les trois boules tirees sont rouges, quelle est la probabilite que deux de ces boules portent le numero 5 ?

m- (5 points)

Un club sportif compte 1000 membres en Janvier 2004.

On a remarqué qu'au mois de Janvier de chaque année, 25% des membres quittent le club alors que 100 nouveaux membres s'ajoutent à ceux qui restent.

On désigne par U_n le nombre des membres de ce club en Janvier de l'année $(2004 + n)$.

- 1) Justifier que $U_{n+1} = 0,75U_n + 100$ pour tout n .
- 2) On considère pour tout entier n la suite (U_n) telle que $U_n = U_{n-1} - 400$:
 - a- Démontrer que (U_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.
 - b- Calculer U_n en fonction de n et déduire U_n en fonction de n .
 - c- Démontrer que la suite (U_n) est décroissante et déduire que (U_n) est décroissante.
- 3) Calculer la limite de la suite (U_n) .
- 4) Le nombre des membres qui quittent le club peut-il être en une année inférieur à 80?
- 5) Calculer le nombre total des membres qui ont quitté le club jusqu'en Février 2010.
(On donnera le résultat à l'unité près).

IV- (8points)

A-

Soit g la fonction définie, sur $]0; +\infty[$, par $g(x) = -x^2 - 2 + 2 \ln x$.

- 1) a- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.
- b- Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$.
- 2) a- Calculer $g'(x)$ et dresser le tableau de variations de g .
- b- Déduire le signe de $g(x)$ sur $]0; +\infty[$.

B-

Soit f la fonction définie, sur $]0; +\infty[$, par $f(x) = -x + 1 - 2 \frac{\ln x}{x}$ et (C) sa courbe représentative

dans un repère orthonormé $(O; i, j)$

- 1) a- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et montrer que la droite (d) d'équation $y = -x + 1$ est asymptote à (C) .
 - b- Étudier, suivant les valeurs de x , la position relative de (C) et (d) .
 - c- Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ et déduire une asymptote à (C) .
- 2) Vérifier que $f'(x) = g(x)$ et dresser le tableau de variations de f .
- 3) Déterminer les coordonnées du point E de (C) où la tangente (D) à (C) est parallèle à l'asymptote (d) .
- 4) Tracer (d) , (D) et (C) .
- 5) Calculer $\int_1^e f(x) dx$ et déduire l'aire du domaine limité par l'arc (C) , l'asymptote (d) et les deux droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

I-(2 points)

Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte.

Ecrire le numéro de chaque question et donner en justifiant la réponse qui est correcte.

No	Questions	Reponses			
		a	b	c	d
1	L'ensemble des solutions de l'inéquation $\ln\{x^2 - 4x + 5\} > 0$ est :	\mathbb{R}	$]0; +\infty[$	$\mathbb{R} - \{-2\}$	$] -2; +\infty [$
2	$C - C =$	1	C_8^4	C_7^7	C_9^6
3	La moyenne des notes des élèves dans un contrôle de mathématiques est 9. Si la note de chaque élève augmente de 10%, alors la moyenne des notes sera :	10	9,5	9,9	9,1
4	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(e^{2x} - 2)}{2x}$	1	0	2	too

II- (5 points)

En 2010, une chaîne de télévision privée possède 4000 abonnés. Chaque année, la chaîne annule 10 % de ses abonnements et reçoit 500 nouveaux abonnés.

On désigne par u_n le nombre d'abonnés au cours de l'année (2010 t n); ainsi $u_0 = 4000$.

- 1) Justifier que pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = 0,9u_n + 500$.
- 2) On considère la suite (v_n) , définie pour tout entier naturel n par $v_n = 5000 - u_n$.
 - a- Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.
 - b- Calculer v_n en fonction de n et déduire u_n en fonction de n .
- 3) Préciser le sens de variations de la suite (v_n) et en déduire celui de la suite (u_n) .
- 4) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.
- 5) Trouver le nombre d'abonnés de la chaîne en 2015.
- 6) Déterminer l'année à partir de laquelle le nombre d'abonnés de la chaîne dépassera de 15% le nombre d'abonnés en 2010.
- 7) La chaîne peut-elle avoir 5100 abonnés ? Justifier la réponse.

III- (5points)

A l'occasion des fêtes, la direction d'un supermarché décide d'offrir à chaque client un bon d'achat après sa participation à un jeu. Pour cela elle place, à l'entrée du supermarché, une urne qui contient trois boules rouges portant chacune le nombre 5 000, deux boules blanches portant chacune le nombre 10 000 et une boule noire portant le nombre 20 000.

Le client qui décide de participer au jeu, tire simultanément et au hasard trois boules de l'urne.

- 1) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
 - A : « les trois boules tirées sont de la même couleur »
 - B : « les trois boules tirées sont de trois couleurs différentes »
 - C : « Parmi les trois boules tirées, deux seulement sont de la même couleur ».
- 2) Le client qui participe au jeu reçoit un bon d'achat dont la valeur, en livres libanaises, est égale à la somme des nombres portés par les trois boules tirées. Soit X la variable aléatoire égale à la valeur du bon d'achat reçu par le client.
 - a- Montrer que les valeurs possibles de X sont : 0 ; 5000 ; 10 000 ; 15 000 ; 20 000 ; 25 000 et déterminer la loi de probabilité de X .
 - b- Quelle est la probabilité qu'un client puisse acheter avec son bon d'achat un article dont le prix est 18 000 LL ?
 - c- Calculer l'espérance mathématique $E(X)$.
 - d- Estimer la somme payée par la direction en une semaine si chaque jour 50 clients participent au jeu proposé.

IV- (8 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x - 1 - 2e^{-\frac{x}{2}}$. (C) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) a- Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 - b- Montrer que la droite (d) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à (C) et déterminer la position relative de (d) et (C).
 - c- Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et donner $f(-2)$ sous forme décimale.
- 2) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f .
- 3) Montrer que l'équation $2e^{-\frac{x}{2}} = x - 1$ admet une solution unique α . Vérifier que $1,7 < \alpha < 1,9$.
- 4) Déterminer les coordonnées du point A de (C) où la tangente (D) est parallèle à la droite d'équation $y = 2x$ et écrire une équation de (D).
- 5) Tracer (d), (D) et (C).
- 6) Calculer l'aire du domaine limité par la courbe (C), l'asymptote (d) et les deux droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.
- 7) a- Montrer que la fonction f admet sur \mathbb{R} une fonction réciproque g .
b- Montrer que l'équation $f(x) = g(x)$ n'admet pas de solutions.

1- {3 points)

Le tableau suivant donne la repartition des salaires mensuels, en centaines de milliers de LL, des 40 employes (30 hommes et 10 femmes) d'une entreprise.

Salaires	8	10	11,5	12	14	15	17,5
Effectifs	8	4	x	10	y	7	2

La moyenne des salaires des hommes est 1150 000 LL et la moyenne des salaires des femmes est 1350 000 LL.

- 1) Montrer que le salaire mensuel moyen de ces employes est egal à 1200 000 LL.
- 2) Trouver les valeurs de x et y.
- 3) La direction de l'entreprise decide d'augmenter seulement le salaire moyen mensuel des hommes d'une certaine somme pour que le salaire mensuel moyen de tous les employes devienne 1260 000 LL. Trouver le nouveau salaire moyen des hommes de cette entreprise.

IT- {4 points)

Pour motiver ses clients, la direction d'un supermarché place dans une boîte 8 billets de 5 000 LL, 4 billets de 10 000 LL et 2 billets de 20 000 LL.

Le client qui fait un achat dépassant 100 000 LL, tire simultanément et au hasard, trois billets de la boîte.

- Si les trois billets tirés sont de trois valeurs différentes, le client gagne ces trois billets.
- Si deux des trois billets tirés sont de même valeur et le troisième est de valeur différente, le client gagne le billet qui a une valeur non répétée.
- Si les trois billets sont de la même valeur, le client ne gagne rien.

1) Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :

- A : « le client tire trois billets de 5 000 LL » ;
 B : « le client tire trois billets de 10 000 LL » ;
 C : « le client tire trois billets de trois valeurs différentes ».

2) On désigne par X la variable aléatoire égale à la somme gagnée par un client qui participe à ce tirage.

a- Justifier que les 5 valeurs possibles de X sont: 0; 5000; 10 000; 20 000 et 35 000.

b- Démontrer que la probabilité $P(X = 10 000) = \frac{29}{91}$.

c- Déterminer la loi de probabilité de X.

d- Estimer la somme payée par la direction durant une semaine si chaque jour 100 clients participent à ce tirage.

III- (5 points)

Ziad installe dans sa maison un reservoir d'eau dont la capacite est de 20 000 litres; ce reservoir assure un supplement ala quantite d'eau qui alimente habituellement la maison. Ziad remplit completement ce reservoir le 31decembre 2010 et ille gere de la favon suivante :

- n utilise, chaque mois, 10% de l'eau contenue dans le reservoir.
- n ajoute, le dernier jour de chaque mois, 1000 litres d'eau au contenu du reservoir.

On designe par C_n le contenu du reservoir ala fin du nieme mois (le contenu est exprime en litres). Ainsi $C_0 = 20\,000$.

- 1) Montrer que, pour tout entier naturel n, on a: $C_{n+1} = 0,9 C_n + 1000$.
- 2) On considere la suite (U_n) defmie par $U_n = C_n - 10\,000$.
 - a- Montrer que (U_n) est une suite geometrique dont on precisera la raison et le premier terme. b- Exprimer U_n et C_n en fonction de n.
 - c- Determiner le sens de variations de la suite (C_n) .
 - d- Calculer la limite de la suite (C_n) .
- 3) Justifier que le contenu du reservoir depasse toujours la moitie de sa capacite.
- 4) a- Trouver le contenu du reservoir le 31 decembre 2011.
b- Calculer la quantite d'eau du reservoir que Ziad a utilisee en 2011.

IV- (8 points)

A- Soit g la fonction defmie sur IR par $g(x) = -x^2 - 2x + 2$.

- 1) Calculer $\lim_{x \rightarrow -7,00} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -7,00} g'(x)$.
- 2) Calculer $g'(x)$ et dresser le tableau de variations de g.
- 3) Verifier que l'equation $g(x) = 0$ admet deux racines α et β tel que $-1,6 < \alpha < -1,5$.

(Dans la suite du probleme on prend $a = -1,55$)

- 4) Determiner, suivant les valeurs de x, le signe de $g(x)$.

B- Soit f la fonction definie sur IR par $f(x) = e^x - x - 1$ et (C) sa courbe representative dans un repere orthonorme $(O; I, j)$.

- 1) a- Calculer $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ et deduire une asymptote à (C).
b- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et donner $f(1,5)$ sous forme decimale.
- 2) a- Calculer $f'(x)$ et verifier que $f'(x) = e^x - g(x)$. b- Dresser le tableau de variations de f.
- 3) Tracer la courbe (C).
- 4) Calculer $\int_0^1 x e^x dx$ et deduire l'aire du domaine limite par la courbe (C), l'axe des abscisses, l'axe des ordonnees et la droite d'equation $x = 1$.