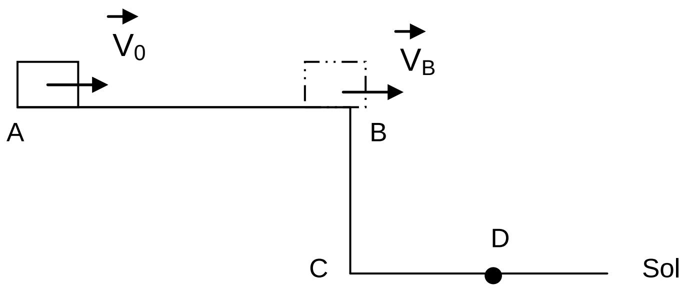
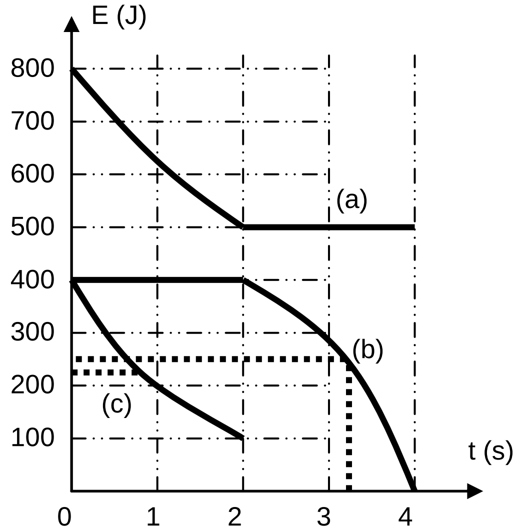
Classe : SV
Matière: Physique

Exercice I : Analyse graphique de l'énergie d'un système

On se propose d'un corps, ponctuel (S), de masse 2kg et d'une piste représentée par la figure ci-dessous.
à $t_0 = 0s$, le corps (S) est lancé horizontalement, à partir de A, à la vitesse $\vec{V}_0$ parallèlement a AB.
AB est horizontal de longueur 30 m et développe une force de frottement constante d'intensité f.
Le corps (S) atteint le point B a la vitesse $\vec{V}_B$ et il continue son mouvement vers le sol CD sans rencontrer aucun obstacle. Prendre $g = 10 m/s^2$; prendre le niveau du sol CD comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur et négliger l'effet de l'air.



1) L'énergie mécanique du système (S, terre) est-elle conservée lorsque (S) passe de :
   a- A vers B ? Justifier.
   b- B vers le sol ? Justifier.
2) La figure ci-dessous représente les variations, en fonction du temps, de l'énergie cinétique E_C, de l'énergie potentielle de pesanteur E_{PP} et de l'énergie mécanique E_m du système (S, terre) entre l'instant de départ à partir de A et l'instant où S atteint le sol. Une partie de la courbe (C) est effacée.



   a- La courbe (b) représente la variation de l'énergie potentielle de pesanteur du système (S, terre). Justifier
   b- Que représente la courbe (a), la courbe (c) ? Justifier. Compléter, en justifiant, le graphique de la courbe (c).
   c- Déterminer graphiquement V_0 et V_B.
   d- Déterminer graphiquement l'énergie mécanique du système (S, terre) aux points A et B. En déduire f.
   e- Calculer la valeur de BC.
   f- Calculer la valeur de vitesse de S au moment d'impact avec le sol.
3) On suppose dans cette partie que AB est parfaitement glissant. Reproduisez la figure représentant les courbes des variations en fonction du temps, des énergies E_C, E_{PP} et E_m du système (S, terre) entre 0 et 4s. (En supposant que le temps du mouvement de (S) ne change pas.

Exercice II : Conservation de l'énergie mécanique. Choc élastique

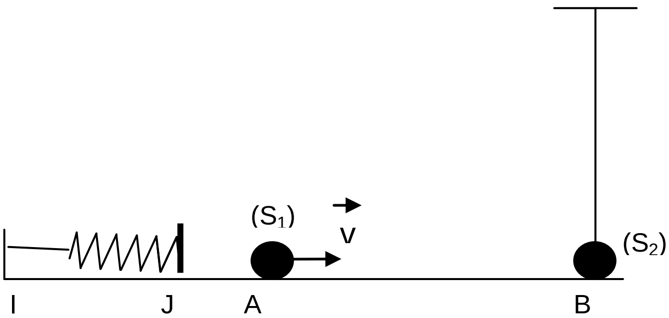
On considère le schéma ci-dessous formé de :

-(S_1) un solide de masse $m_1 = 0.5$ Kg placé sur un plan horizontal très poli et très lisse IAB.

-(S_2) un solide de masse m_2, suspendu par un fil flexible, inextensible, de masse négligeable et de longueur L= 1m. Le solide (S_2) touche légèrement le plan IAB ; le fil est vertical.

-Un ressort de raideur K=200N/m.

<u>Expérience :</u> On lance (S_1) avec une vitesse $\vec{v}$ de valeur $v = 6$m/s vers le solide (S_2). Alors (S_1) entre en choc élastique avec (S_2). Après le choc (S_2) prend une vitesse $\vec{v}_2$ de même sens que $\vec{v}$ et de valeur $v_2 = 4$m/s.



N.B :
- Le mouvement se fait sans frottement.
- Le plan horizontal IAB est pris comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur.

a) Chercher la vitesse $\vec{v}_1$ de (S_1) après le choc sachant que $\vec{v}_1$ a la même direction de $\vec{v}$ et $\vec{v}_2$, ainsi la valeur de m_2.

b) Après le choc le pendule (fil, S_2) s'écarte de sa position verticale d'un angle maximale θ_m. Calculer θ_m.

c) Après l'atteint de pendule l'élongation θ_m, il prend des oscillations de part et d'autre de sa position d'équilibre. Calculer, pendant l'oscillation la valeur de la vitesse $\vec{V}$ de (S_2) (assimilable a un point matériel) quand son énergie cinétique est égale à son énergie potentielle de pesanteur.

d) D'autre part (S_1), qui rebondit dans le sens contraire de $\vec{v}$, entre en collision avec le ressort, alors le ressort se comprime d'une valeur x_m. Calculer x_m.

Exercice III : Mouvement d'un oscillateur horizontal

Un oscillateur élastique horizontal est constitue d'un ressort à spires non jointives de raideur K= 1N/m et d'un solide ponctuel (S) de masse m.

Le ressort est enfilé sur une tige horizontale AB sur laquelle peut se déplacer le solide (S).

A l'équilibre le solide (S) est au repos au point O de l'axe $(O,\vec{i})$. Voir la figure (1)

On lance, à $t_0 = 0s$ et à partir du point O, le solide (S) à la vitesse $\vec{V}_0$. La figure (2) représente la variation instantanée de l'abscisse $x = \overline{OS}$. Prendre $\pi^2 = 10$ et le niveau horizontal de AB comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur.

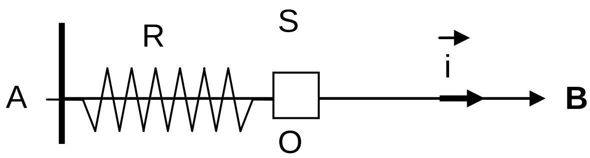


Figure 1

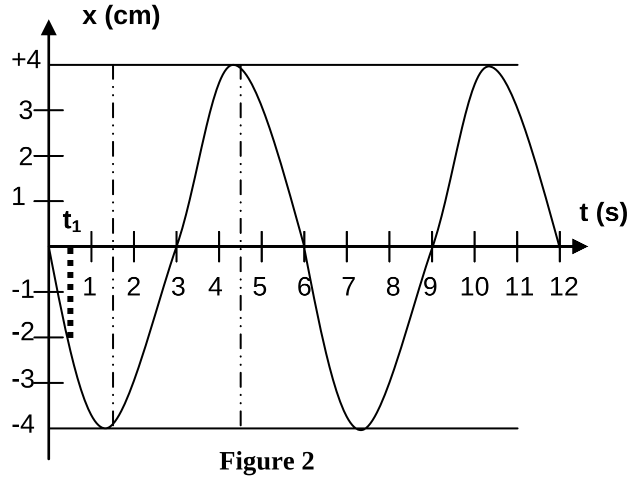


Figure 2

1) Quel est, en justifiant, le type d'oscillation de (S) ?
2) L'énergie mécanique du système (S, terre) est-elle conservée ? Justifier et calculer sa valeur.
3) Etablir l'équation différentielle de mouvement de (S).
4) Quelle est l'expression de période propre ? Déduire la valeur de la masse m du solide (S).
5) Ecrire l'équation horaire du mouvement, Déduire l'expression instantanée de la vitesse.
6) Déterminer, en fonction de l'abscisse x, l'expression de l'énergie cinétique de (S).
7) Déduire la valeur algébrique de la vitesse à l'instant t_1 figurant dans la figure (2).
8) En réalité les frottements sur AB ne sont pas négligeables et que x_m de (S) sera égale a 3.9cm à la fin de la première période a partir de $t_0 = 0s$. Calculer le travail des forces de frottements au cours de cette oscillation.

Corrigé : Ex I

1-a- De A vers B l'énergie mécanique n'est pas constante, il existe de frottement

b- De B vers le sol, l' $E_m = constante$, la résistance de l'air est négligeable

2- a- La courbe (b) représente la variation de l' E_{pp}, pendant le mouvement du corps sur AB (entre 0 s et 2 s) $E_{pp} = constante$, pendant la chute entre B et D, l' E_{pp} de pesanteur diminue

b- la courbe (a) correspond à la variation de l' E_m, entre 0 s et 2 s, il y a de frottement, l' E_m diminue durant la deuxième partie de la courbe, le frottement est négligeable, l' $E_m = constante$

La courbe (c) représente l' E_c, entre 0 s et 2 s, il y a de frottement, la valeur de la vitesse diminue

La partie de la courbe (c) qui manque représente de la ligne qui joint l'extrémité de la courbe (c) à 2 s et l'extrémité de la courbe (a) au temps 4 s ($E_m = E_c$)

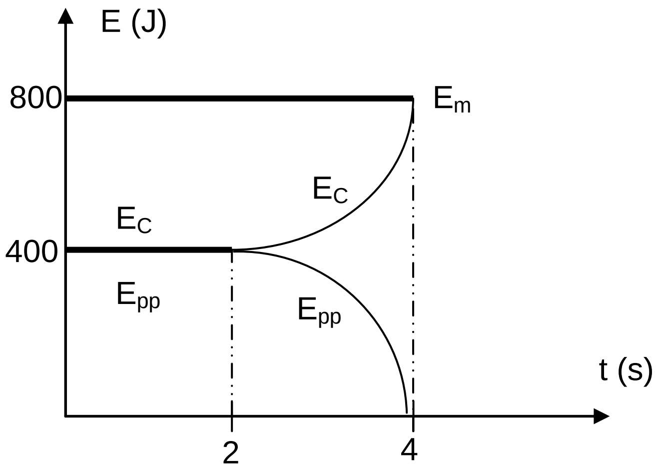
c- A partir du graphe : $E_{C0} = 400 = \frac{1}{2}mv_0^2 \rightarrow v_0 = 20m/s$ $\quad E_{CB} = 100 = \frac{1}{2}mv_B^2 \rightarrow v_B = 10m/s$

d- $E_{mA} = 800J \quad E_{mB} = 500J \;\Delta E_m = W_{\vec{f}} \rightarrow f = \frac{500-800}{-30} = 10N$

e- $E_{pp} = mgBC \rightarrow BC = \frac{E_{pp}}{mg} = \frac{400}{20} = 20m$

f- $E_c = E_m = 500J = \frac{1}{2}mv_D^2$ (au point D) $\rightarrow v_D = \sqrt{\frac{2E_C}{m}} = 10\sqrt{5}m/s$

g-



Corrigé Ex II

a- Choc, il y a conservation de la quantité du mouvement : $\vec{P}_{(S)1} = \vec{P}_{(S)2} \rightarrow m_1\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

Les vecteurs sont collinaires : $m_1v = m_1v_1 + m_2v_2 \rightarrow m_1(v - v_1) = m_2v_2$ (1)

Choc élastique : $\frac{1}{2}m_1v^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \rightarrow m_1(v^2 - v_1^2) = m_2v_2^2$ (2)

De (1) et (2) on trouve : $v_1 = -2m/s \rightarrow$ (S_1) se rebondit avec une vitesse 2 m/s

De l'équation (1) : $0.5 \times (6+2) = m_2 \times 4 \rightarrow m_2 = 1Kg$

b- Frottement négligeable : $E_{mB} = E_{mC} \rightarrow \frac{1}{2}m_2 v_2^2 + 0 = 0 + m_2 gL(1-\cos\theta_m) \rightarrow \theta_m = (78{,}5)^0$

c- $E_{pp} = E_C \rightarrow E_m = 2\times E_C = 2\times\frac{1}{2}m_2 V^2 = \frac{1}{2}m_2 v_2^2 \rightarrow V^2 = \frac{v_2^2}{2} \rightarrow V = 2.83m/s$

d- A l'instant où (S_1) touche le ressort : $E_{m1} = E_{C1} + E_{Pe1} = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + 0$

A l'instant où le ressort est comprimé au maximum : $E_{m2} = E_{C2} + E_{Pe2} = \frac{1}{2}kx_m^2$

Conservation de l'énergie mécanique : $\frac{1}{2}m_1 v_1^2 = \frac{1}{2}kx_m^2 \rightarrow x_m = \sqrt{\frac{m_1 \times v_1^2}{k}} = 0.1m$

Corrigé Ex III

1- L'amplitude du mouvement reste constante au cours du temps, l'oscillation est harmonique simple

2- A l'instant t : $E_m = E_C + E_{Pe} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$

Au maximum d'amplitude : $E_C = 0$ et $x = x_m \rightarrow E_m = \frac{1}{2}kx_m^2 = constante$

$E_m = \frac{1}{2}\times 1\times(4.10^{-2})^2 = 8.10^{-4}\,\text{J}$

3- A l'instant t : $E_m = E_C + E_{Pe} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$

Frottement négligeable : $E_m = C^{te} \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = C^{te}$ (1)

Dérivons (1) par rapport au temps : $x'' + \frac{k}{m}x = 0$

4- $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ A partir de l'oscillogramme, $T_0 = 6s$

$T_0^2 = 4\pi^2\frac{m}{k} \rightarrow m = 0.9Kg$

5- La solution de l'équation différentielle a une solution ; $x = x_m\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$x_m = 4cm \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{\pi}{3}rads/s$

à $t_0 = 0 \rightarrow \sin\varphi = 0 \rightarrow \varphi_1 = 0$ ou $\varphi_2 = \pi$

à $t_0 = 0$ la vitesse est dans le sens négatif $\rightarrow \varphi = \pi rads$

$x_{cm} = 4\sin(\frac{\pi}{3}t + \pi) = -4\sin(\frac{\pi}{3}t) \qquad v_{cm/s} = x' = -4\times\frac{\pi}{3}\cos(\frac{\pi}{3}t)$

6- à l'instant t : $E_C = E_m - E_{Pe} = 8.10^{-4} - \frac{1}{2}kx^2 = 8.10^{-4} - 0.5x^2$

7- à l'instant t_1 : $x = -2cm \rightarrow E_C = 8.10^{-4} - 0.5\times(-2.10^{-2})^2 = 6.10^{-4}J$

$E_C = \frac{1}{2}mv_1^2 \rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2\times E_C}{m}} = \pm 3.6m/s$ (et comme, d'après le graphe)

m se déplace dans le sens négatif

8- le frottement ne pas négligeable :

$$\Delta E_m = W_{\vec{f}} = E_{m2} - E_{m1} = \frac{1}{2}k(x_{m2}^2 - x_{m1}^2) = \frac{1}{2}k \times 10^{-4}(3.9^2 - 4^2) = 0.395.10^{-4}\ J$$