**S E**

*Mathématiques* **Durée : 120 min**

## Exercice 1: (3 pts)

*QCM : une seule réponse proposée est correcte, justifier laquelle.*

| N | Questions | réponses | | |
|---|---|---|---|---|
| | | a | b | c |
| 1. | $\ln\left(\frac{4}{25}\right) =$ | $\frac{\ln 4}{\ln 25}$ | $\ln 4 - 5\ln 5$ | $2(\ln 2 - \ln 5)$ |
| 2. | Si a=144, alors ln12= | $-\frac{1}{2}\ln a$ | $\frac{1}{2}\ln a$ | $\sqrt{\ln a}$ |
| 3. | Le domaine de la fonction $y = \ln x^2$ est : | $]0;+\infty[$ | $IR^*$ | $IR$ |
| 4. | Si $f(x) = 2\ln x - x$, alors | $f'(x) = \frac{2}{x} - x$ | $f'(x) = \frac{1}{x} - 1$ | $f'(x) = \frac{2}{x} - 1$ |
| 5. | Si $\ln x = \ln(2x-1)$, alors | $x = 1$ | $x = 2$ | $x = \frac{1}{2}$ |
| 6. | L'ensemble des solutions de l'inéquation $\ln x \geq \ln(2x-1)$ est : | $]0; 1[$ | $]\frac{1}{2}; 1]$ | $]-\infty ; 1[$ |

## Exercice 2: ( 5 pts)

*Soit la fonction f définie sur* $IR^*$ *par* $f(x) = \dfrac{4x^2 - x + 1}{2x}$ *et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.*

*1. Vérifier que* $f(x) = 2x - 1 + \dfrac{x+1}{2x}$.

*2. Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine. En déduire une asymptote(d) à (C).*

*3. Montrer que la droite (D) :* $y = 2x - \dfrac{1}{2}$ *est asymptote à (C).*

*4. étudier le signe de f ' et dresser le tableau de variations de f.*

*5. Vérifier que* $f(-x) + f(x) = -1$. *Que représente le point* ***I (0 ; -½)*** *pour (C)?*

*6. Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C) au point A d'abscisse* ***1****.*

*7. Tracer (d), (D), (T) et (C).*

## Exercice 3: ( 2½ pts)

*D'un jeu de 32 cartes , on veut choisir une main de 9 cartes. Combien y a-t-il de mains...*

*1. ne comportant que des cartes noires (trèfle ♣ ou pique ♠) ?*
*2. ne comportant que des figures (valet , dame, roi ou as) ?*
*3. comportant 4 as ?*
*4. comportant 5 figures, dont 3 noires ?*
*5. comportant 3 as, 3 dames et 3 carreaux ♦ ?*

## <u>Exercice 4 :</u> (3½ pts)

*La fonction du coût total pour une production de x unités par mois est donnée par :*

$C(x) = 800 + 60x + \dfrac{x^2}{10}$ *exprimé en dollars ($).*

1. *Trouver les coûts fixes C(0).*
2. *Déterminer le coût moyen* $C_M(x) = \dfrac{C(x)}{x}$.
3. *Trouver la fonction du coût marginale* $C_m(x) = C'(x)$.
4. *Lorsque toute la quantité produite est vendue au prix unitaire de 600$, déterminer la fonction du revenue total R(x).*
5. *Déterminer la fonction du profit totale P(x)=* $R(x) - C(x)$.
6. *Etudier les variations de P(x) et en déduire :*
   *(a)Le niveau de production qui maximise le profit.*
   *(b)Le profit maximal.*

## <u>Exercice 4:</u> (6 pts)

**Partie A :** *Soit f la fonction définie sur* $\left]\frac{1}{e}\,;+\infty\right[$ *par* $f(x) = \dfrac{4}{1+\ln x}$ *et notons (C) sa courbe dans un repère orthonormé.*

1. *Calculer :* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to\frac{1}{e}} f(x)$. *En déduire les asymptotes à (C).*
2. *Vérifier que* $f'(x) < 0$ *et dresser le tableau des variations de f.*
3. *Calculer f(* ***1*** *) et donner des valeurs approchées de f(**2**) et f(**3**) à* $10^{-2}$ *près.*
4. *Ecrire une équation de la tangente (d) à (C) au point d'abscisse **1**.*
5. *Tracer (d) et (C).*

**Partie B :** *Une entreprise produit des piles électriques dont le prix unitaire p est exprimé en milliers de L.L. (*$0{,}5 \le p \le 8$*).*

*La demande f(**p**) de ce produit, exprimée en milliers d'unités et donnée par* $f(p) = \dfrac{4}{1+\ln p}$.

1. *Calculer le nombre de piles électriques demandé pour le prix unitaire de 1000 L.L.*
2. *(a)Démontrer que l'élasticité* $e(p) = \dfrac{-1}{1+\ln p}$.
   *(b) Calculer e(**1**) et donner une interprétation économique à la valeur trouvée.*
   *(c) Cette demande est- elle élastique pour **p = 3**? Justifier.*