Matière : Math. Année scolaire : 2010-2011

Classe : S.E.

Exercice I (5points)

Chaque question a une seule réponse correcte .Choisir avec justification les réponses correctes.

№	Questions	Réponses		
		a	b	c
1	f est la fonction définie sur]0;+ ∞[par $f(x)= \ln x+1$; une primitive de f sur]0;+∞[est :	xlnx-x	$\frac{1}{x}$	xlnx
2	$f(x)= \ln (1-\ln x)$ .Alors le domaine de définition de f est	]0;+∞[	]0;e[	]1;e[
3	Une solution de l'équation en x, $\ln^2 x-5\ln x+4 = 0$ est.	e	1	-2
4	Le taux du coût de maintenance, en milliers de LL, d'une machine est donné en fonction du temps t ,en années, par $g(t)=e^{0,4t}$, le coût de maintenance, en milliers de LL durant les 5 premières années est	2,955	6,389	15,972
5	$\lim\limits_{x\to+\infty} (2\ln^2 x-3\ln x+4) =$	0	$+\infty$	2
6	On tire simultanément 4 cartes d'un jeu de 52 cartes. le nombre de tirages contenant 3 as exactement est :	4	204	192

Exercice II(5,5points)

Pour maintenir en bon état de fonctionnement les voitures dans une ville donnée, une société fait contrôler toutes les voitures de cette ville. On sait que 20 % des voitures sont sous garantie.

Parmi les voitures qui sont sous garantie, la probabilité qu'une voiture ait un défaut est $\frac{1}{100}$.

Parmi les voitures qui ne sont pas sous garantie, la probabilité qu'une voiture ait un défaut est $\frac{1}{10}$.

1- Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « La voiture contrôlée est sous garantie et a un défaut ».

D : « La voiture contrôlée a un défaut ».

2- Montrer que la probabilité qu'une voiture contrôlée soit sous garantie sachant qu'elle a un défaut est $\frac{1}{41}$.

3- Le contrôle est gratuit si la voiture est sous garantie ;

il coûte 50 000 LL si la voiture n'est pas sous garantie et n'a pas un défaut ;

il coûte 150 000 LL si la voiture n'est pas sous garantie et a un défaut.

On note X la variable aléatoire égale au coût de contrôle d'une voiture.

a) Quelles sont les valeurs possibles de X ?
b) Déterminer la loi de probabilité de X et calculer l'espérance mathématique de X.

4- La société fait contrôler en moyenne 50 voitures par jour. Estimer son coût de contrôle journalier.

Exercice III(9,5points)

Partie A

Soit g la fonction définie sur IR par $g(x) = a + (b-x)e^x$, (a et b sont réels) et (G) sa courbe représentative dans un repère orthonormé .

Déterminer a et b sachant que la courbe (G) passe par le point A(0;3) et admet en ce point une tangente parallèle à la droite (D) d'équation $y = x$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = 1 + (2-x)e^x$, et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1-a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et donner f(2,5) sous forme décimale.

b) Montrer que la droite (d) d'équation $y = 1$ est asymptote à (C) en $-\infty$.

c) Étudier, suivant les valeurs de x, la position relative de (C) et (d) .

2-Montrer que $f'(x) = (1-x)e^x$ et dresser le tableau de variations de f .

3- Tracer (d) et (C) .

4- Soit F la fonction donnée par $F(x) = (px+q)e^x$.

a- Déterminer p et q pour que F soit une primitive de la fonction h donnée par : $h(x) = (2-x)e^x$.

b- Calculer l'aire du domaine limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les deux droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

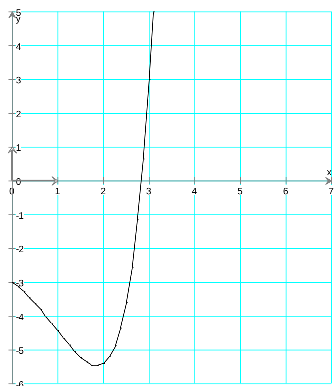
Partie C

La fonction C_m , définie sur [0 ; 10] par $C_m(x) = 1 + (2-x)e^x$, traduit le coût marginal quotidien d'une usine pour la fabrication de stylos , x est le nombre de stylos exprimé en centaines et $C_m(x)$ est exprimé en millions LL.

a- Sachant que les coûts fixes s'élèvent à 3 millions LL. Vérifier que la fonction coût total C_T s'exprime par : $C_T(x) = x - (x-3)e^x$.

b- Les stylos sont vendus à 25000 LL l'un on suppose que la fabrication quotidienne est vendu 80% de la production .Montrer que la fonction profit P s'exprime par : $P(x) = x + (x-3)e^x$.

c- la courbe ci-contre représente la fonction P sur [0, 10].



Soit t le réel tel que $P(t) = 0$.
Vérifier que $2{,}83 < t < 2{,}84$.

d- Quel est le nombre minimum de stylos que l'usine doit produire quotidiennement pour réaliser un bénéfice?.

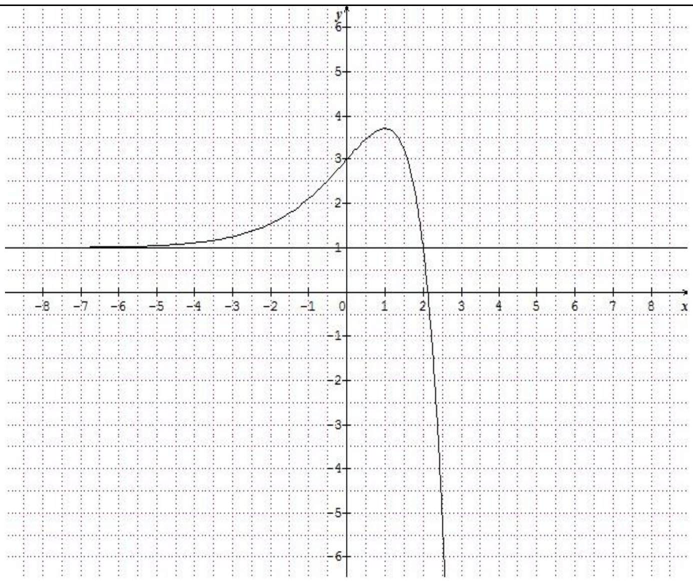
Matière : Math.	Année scolaire : 2010-2011
Classe : S.E.	

Barème SE-contrôle 2

<table>
<tr><td>N°</td><td>Réponses</td><td>Note</td></tr>
<tr><td rowspan="6">Ex1</td><td>1) c car (xlnx)'= lnx +1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2) b car il faut que x>0 et 1-lnx>0 ; x>0 et x<e ; x ∈] 0 ; e [</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3) a car $\ln^2(e)$-5lne+4=1-5+4=0</td><td>½</td></tr>
<tr><td>4) c car le coût est $\int_0^5 e^{0,4t}dt \cong 15,972$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>5) b car $\lim\limits_{x\to+\infty} 2\ln^2 x - 3\ln x + 4 = \lim\limits_{x\to+\infty} 2\ln^2 x = +\infty$</td><td>½</td></tr>
<tr><td>6) c car $C_4^3 \times C_{48}^1 = 192$</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Ex2</td><td>1) P(A)=P(S∩D)=0,2× 0.01=0.002 ; P(D)= P(S∩D) +P($\overline{S}$ ∩D)=0,002+0,8×0,1=0,082</td><td>1 ½</td></tr>
<tr><td>2) P(S/D)=$\frac{P(S\cap D)}{P(D)} = \frac{0,002}{0,082} = \frac{1}{41}$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3) a) les valeurs possibles de X sont : 0 ; 50000 ; 150000
X= {0 ; 50000 ; 150000}
b)
<table>
<tr><td>X=x_i</td><td>0</td><td>50000</td><td>150000</td><td>Total</td></tr>
<tr><td>P_i</td><td>0,2</td><td>0,72</td><td>0,08</td><td>1</td></tr>
<tr><td>P_i x_i</td><td>0</td><td>36000</td><td>12000</td><td>48000</td></tr>
</table>
P(X=0)=P(S)=0,2 ; P(X=50000) =P ($\overline{S} \cap \overline{D}$)=0,72</td><td>½

1 ½</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td>P(X=150000)=P($\bar{S}\cap$D)=0,08
E(X)=0+36000+12000=48000
Le moyen du coût de contrôle est égal à 48000 LL</td><td>½</td></tr>
<tr><td>4) 48000 $\times$ 50= 2400000 ; le coût de contrôle journalier est 2.400.000 LL</td><td>1^{-}</td></tr>
<tr><td rowspan="9">Ex3</td><td colspan="2">Partie A</td></tr>
<tr><td>g(0)=3 alors a+b=3 ; (T_A) $\parallel$(D) alors g'(0)=1 ; b=2 ; a=1</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Partie B</td></tr>
<tr><td>1) $a)\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$
f(2,5)$\approx$ -11,18</td><td>1^{-}</td></tr>
<tr><td>b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-1=\lim\limits_{x\to-\infty}(2-x)e^{x}=0$ alors y=1 est une A.H</td><td>½</td></tr>
<tr><td>c) si x>2 (C) est au dessous de (d)
si x<2 (C) est au dessus de (d)
si x=2 (C) coupe (d) au point B (2 ; 1)</td><td>1^{-}</td></tr>
<tr><td>2) f'(x)= (2-x-1) e^{x}= (1-x)e^{x} ; f'(x)=0 pour x=1
<table>
<tr><td>x</td><td>$+\infty$ 1 $-\infty$</td></tr>
<tr><td>f'(x)</td><td>+   0   −</td></tr>
<tr><td>f(x)</td><td>1 $\nearrow$ 1+e $\searrow$ $-\infty$</td></tr>
</table></td><td>1</td></tr>
</table>

Ex3	3) 	1 ½
	4) a)$F'(x)=h(x)$;$(px+q+p)e^x=(2-x)e^x$;$p=-1$ et $q=3$ $F(x)=(-x+3)e^x$ b) $A=\int_0^1 1+(2-x)e^x\,dx= 2(e-1)$ unité d'aires	1 1
	Partie C	
	a)$C'_T(x)=1+ (3-x)e^x= 1-(x-3)e^x= C_m(x)$ et $C(0)=3$ donc $C_T(x)=x-(x-3)e^x$ b) $R(x)=(25000\times0,8x \times100)\div(1000000)=2x$ $P(x)=R(x)-C_T(x)=x+(x-3)e^x$ c) $P(2,83)<0$; $P(2,84)>0$ la courbe passe de 0 à $+\infty$; elle est continue et elle coupe l'axe des x en un seul point et comme $P(2,83)\times P(2,84)<0$ alors $2,83<\alpha<2,84$ d) Le nombre minimal de stylos que l'usine doit produire quotidiennement pour réaliser un bénéfice est : 284	1 1 ½ ½