

Classe : Terminale SE  
 Matière : Mathématiques

Année scolaire : 2010- 2011

**Exercice 1**(5 pts)

Chaque question a une seule réponse correcte .Choisir avec justification les réponses correctes.

N°	Questions	Réponses		
		a	b	c
1	Si $f(x) = (x^2 - 2x + 3)e^{-2x}$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$	0	$+\infty$	$-\infty$
2	Soit $f(x) = e^x$ et $g(x) = \sqrt{1-x}$ alors $D_{g \circ f} =$ ---	$] -\infty; 1]$	$] -\infty; 0]$	$\mathbb{R}$
3	La solution de l'équation $e^x + 2e^{-x} = 3$ est :	1	0	-3
4	$\ln(e^5) - 5\ln(e^{-10}) + \ln(\sqrt{e}) + 3e^{\ln 2} =$	61,5	11	6,5
5	Le coût marginal( en milliers de \$) est définie sur $[0;10]$ par $C_m(x) = x + \frac{4}{x+1}$ où x est le nombre d'unités en centaines ; $C_T(0)=0$ . le coût total de 500 unités est :	0	19667	500
6	Si le revenu total exprimé en LL. Est donnée par $R_T(x) = \ln(1+e^x)$ alors le revenu marginal $R_m(x) =$	$\frac{2e^x}{1+e^x}$	$\frac{1}{1+e^x}$	$\frac{1}{1+e^{-x}}$

**Exercice2** (8 pts)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $]e ; +\infty[$  par :  $f(x) = \frac{2}{\ln(x)-1}$  et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(o; \vec{i}; \vec{j})$ .

1) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow e} f(x)$  .En déduire les équations des asymptotes à (C).

2) Vérifier que  $f'(x) = \frac{-2}{x(\ln x - 1)^2}$  et dresser le tableau de variations de  $f$ .

3) Tracer (C) et ses asymptotes.

4) Une entreprise produit des vases .La fonction de demande et la fonction d'offre sont données par :

$f(p) = \frac{2}{\ln(p)-1}$  et  $g(p) = \ln(p)$  avec  $3 \leq p \leq 10$  ; p en milliers de L.L et la demande en centaines d'objets.

a)Calculer la quantité demandée pour un prix unitaire de 4000L.L.

- b) Calculer le prix lorsque la quantité demandée est 200 vases.
- c) Résoudre l'équation  $f(p)=g(p)$ . Donner une interprétation économique de la valeur obtenue.
- d) Trouver en fonction de  $p$  l'élasticité de la demande  $e(p)$ . La demande est-elle élastique pour un prix de 4000L.L ? Donner une interprétation économique de la valeur trouvée.

**Exercice 3** (7 pts)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x - 1 + e^{x+2}$  ; on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(o; \vec{i}; \vec{j})$

- 1) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ; vérifier ensuite que la droite (d) :  $y=x-1$  est une asymptote à (C).
- 2) Étudier la position de (C) par rapport à (d).
- 3) Calculer  $f'(x)$  et montrer que  $f'(x) > 0$  pour tout  $x$  ; dresser le tableau de variations de  $f$ .
- 4) Déterminer le point d'intersection de (C) avec l'axe des  $y$ .
- 5) Démontrer que l'équation  $f(x) = 0$  possède une solution unique  $\alpha$ .  
Vérifier que  $-1,3 < \alpha < -1,2$
- 6) On suppose que  $\alpha = -1,25$ .
  - a) Construire (C) et (d)
  - b) Étudier le signe de  $f$  graphiquement.
- 7) Trouver une primitive de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

Bon travail.

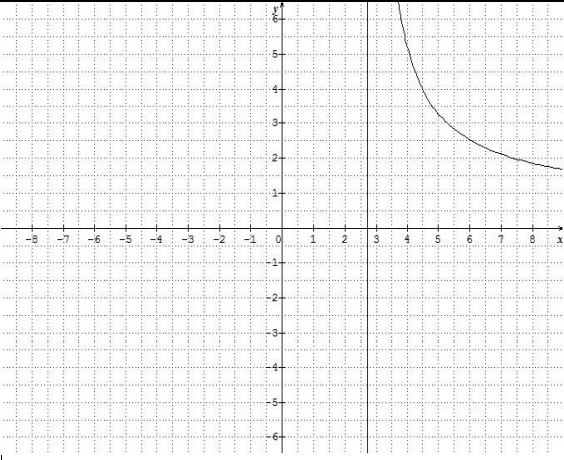
Classe : Terminale SE

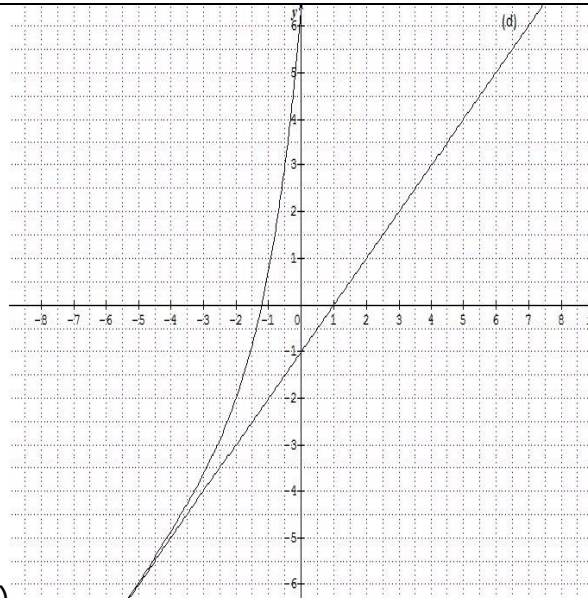
Matière : Mathématiques

Année scolaire : 2010- 2011

Barème

Numéro	Réponses	Note									
<b>Ex1</b>	1) a	1									
	2) b	1									
	3) b	1/2									
	4) a	1/2									
	5) b	1									
	6) c	1									
	1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0; \lim_{\substack{x \rightarrow e \\ x > e}} f(x) = +\infty; y = 0 \text{ A.H} ; x = e \text{ A.V}$	1 1/2									
	2) $f'(x) = \frac{-\frac{1}{x} \times 2}{(\ln x - 1)^2} = \frac{-2}{x(\ln x - 1)^2} < 0$ pour tout $x > e$	1 1/2									
	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 15%;">x</td> <td style="width: 15%;">e</td> <td style="width: 70%; text-align: right;">+∞</td> </tr> <tr> <td>f'(x)</td> <td style="text-align: center;"> </td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> </table>		x	e	+∞	f'(x)		-	f(x)	+	0
x	e		+∞								
f'(x)		-									
f(x)	+	0									

Ex2	 <p>3)</p>	1
	4)	
	a) $d(4)=f(4)=5.18$ ; la quantité demandée pour un prix de 4000 L.L est 518 unités	$1^-$
	b) $f(p)=2$ ssi $\frac{2}{\ln(p)-1} = 2$ ; $\ln(p)-1=1$ ; $\ln p=2$ ; $p=e^2 \approx 7,389$ ; le prix est alors 7389 L.L	$1^-$
	c) $f(p)=g(p)$ ; $\frac{2}{\ln(p)-1} = \ln(p)$ ; $(\ln p)^2 - (\ln p) - 2 = 0$ ; $\ln p = -1$ ou $\ln p = 2$ ; $p = \frac{1}{e}$ ou $p = e^2$ or $3 \leq p \leq 10$ donc $p = e^2 \approx 7,389$ P désigne le prix d'équilibre du marché	1
d) $e(p) = \frac{p \cdot f'(p)}{f(p)} = \frac{-1}{\ln(p)-1}$ ; $e(4) \approx -2,59 < -1$ ; la demande est élastique pour $p=4$ une hausse du prix de 1%, à partir du prix unitaire de 4000ll correspond une baisse de 2,59% de la demande.	1 1/2	
1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (x-1) = 0$ alors (d) ; $y=x-1$ est une asymptote oblique au voisinage de $-\infty$	1 1/2	
2) $t(x) = f(x) - (x-1) = e^{x+2} > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ alors (C) se trouve au dessus de (d)	1/2	
3) $f'(x) = 1 + e^{x+2} > 0$ ; $f$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}$	$1^+$	

	4) pour $x = 0$ ; $y = -1 + e^2$ ; $(C) \cap (y'y) = \{B\}$ ; $B(0; -1 + e^2)$	+
	5) $f$ est continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$ et elle passe de $-\infty$ à $+\infty$ donc elle doit couper l'axe des $x$ en un seul point donc l'équation $f(x) = 0$ possède une solution unique $\alpha$ ; on a $f(-1.3) < 0$ et $f(-1.2) > 0$ alors $-1.3 < \alpha < -1.2$	1
	6)	
Ex3	<p>a),</p> 	1 1/2
	b) si $x \leq \alpha$ on a $f(x) \leq 0$ ; si $x > \alpha$ on a $f(x) > 0$	1/2
	c) $\int f(x) dx = \int (x - 1 + e^{x+2}) dx = \frac{x^2}{2} - x + e^{x+2} + k$	1/2