Classe : Terminale LH
Matière : Mathématiques   Année scolaire : 2010-2011

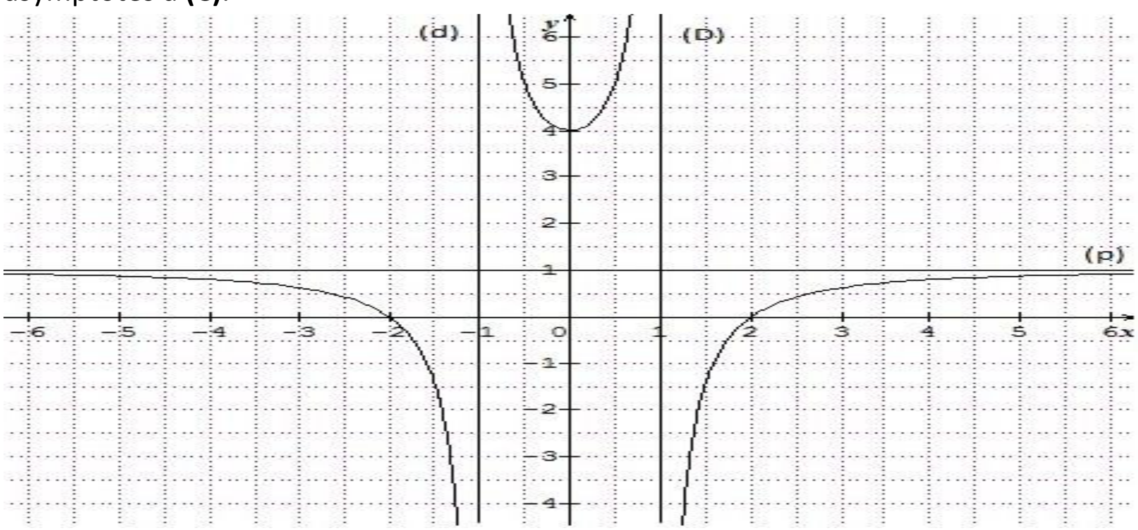
Problème 1 (5 points)

À l'occasion Rami a acheté une chemise et un pantalon à 70000 L.L ; après les soldes le prix de la chemise augmentera de 40 % et celui du pantalon de 20 % ; le prix de ces deux pièces sera alors 92000 L.L.

1) Déterminer le prix initial de chaque pièce.
2) Déterminer le prix de chaque pièce après les soldes.

Problème 2 (7.5 points)

La courbe **(C)** ci-dessous est la courbe représentative dans un repère orthogonal $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'une fonction g définie sur $]-\infty;-1[\,\cup\,]-1;1[\,\cup\,]1;+\infty[$. Les droites (D) ; (d) et (p) sont les asymptotes à **(C)**.



1) Déterminer $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x<-1}} g(x);\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x>-1}} g(x);\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}} g(x);\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}} g(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ .En déduire les équations des asymptotes.

2) Résoudre graphiquement : $g(x)\geq 0$; $g'(x)<0$ et $g(x)>5$.

3) Dresser le tableau de variations de g .

4) On suppose que $g(x)=\frac{ax^2+b}{x^2+c}$

Montrer que a=1 ; b=-4 et c=-1.

5) Soit $t\in\mathbb{R}$; discuter graphiquement suivant les valeurs de t le nombre de solutions de

l’équation $g(x) = t$.

<u>Problème 3</u> (7.5 points)

On donne ci-dessous le tableau de variations d’une fonction f

définie par $\boldsymbol{f(x) = ax + b + \frac{1}{x+c}}$

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-4	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

a) Déterminer l’ensemble de définition de f.

b) Trouver l’équation d’une asymptote en justifiant.

c) Résoudre $f(x) < 0$.

d) Ecrire une équation de la tangente à la courbe **(C)** de f au point A (-2 ; -4).

e) Déterminer les valeurs de a ; b et c.

f) Démontrer que la droite d’équation $y = x - 1$ est une asymptote à la courbe **(C).**

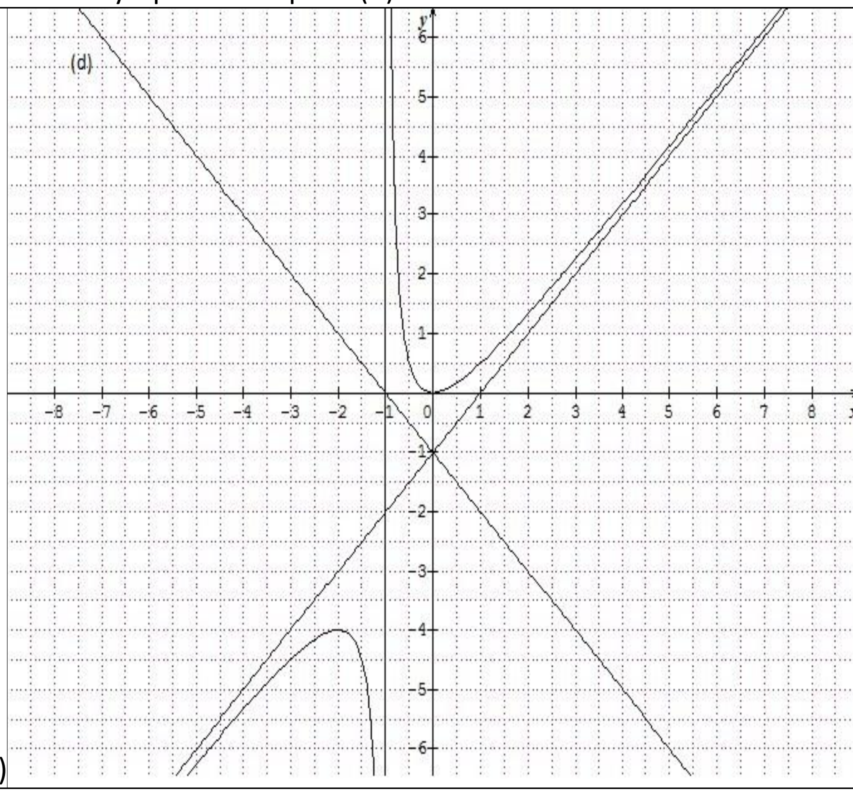
g) Tracer **(C)** et ses asymptotes dans un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$.

h) Résoudre l’inéquation $f(x) < -x - 1$.

Bon travail

Barème LH (examen mi-année)

<table>
<tr><td>Problèmes</td><td>Solution-Mathématiques</td><td>Note</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1</td><td>1) Soit x le prix d'une chemise et y le prix d'un pantalon
$\begin{cases} x + y = 70000 \\ 1.4x + 1.2y = 92000 \end{cases}$ on aura x= 40000 et y= 30000
Le prix d'une chemise est égal à 40000 L.L ; le prix du pantalon est égal à 30000 L.L</td><td>3</td></tr>
<tr><td>2) 1.4x=560000 ; 1.2y=36000. Après les soldes le prix de la chemise sera égal à 56000L.L et le prix du pantalon à 36000L.L</td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="5">2</td><td>1)$-\infty; +\infty; -\infty; +\infty; 1; 1$. $(D): x = 1$; $(d): x = -1$; $(p): y = 1$ sont les équations des asymptotes verticales et horizontales</td><td>2</td></tr>
<tr><td>2) (C) se trouve au dessus de l'axe des x
pour $x \in]-\infty; -2] \cup]-1; 1[\cup [2; +\infty[$
(C) est strictement décroissante pour $x \in]-\infty; -1[\cup]-1; 0[$
Soit (D') : $y = 5$; (C) se trouve au dessus de (D') pour :
$x \in \left]-1; -\frac{1}{2}\right[\cup \left]\frac{1}{2}; 1\right[$</td><td>1.5</td></tr>
<tr><td>3)
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$ -1</td><td>0</td><td>1 $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$g'(x)$</td><td>$-$ ‖</td><td>-   0   +</td><td>‖ $+$</td></tr>
<tr><td>$g(x)$</td><td>1 ↘ $-\infty$ ‖</td><td>$+\infty$ ↘ 4 ↗ $+\infty$</td><td>‖ $-\infty$ ↗ 1</td></tr>
</table></td><td>1.5</td></tr>
<tr><td>4) c=-1 ; g(0)=4 alors b=-4 ; a=1. $g(x) = \frac{x^2-4}{x^2-1}$</td><td>1.5</td></tr>
<tr><td>5) pour t<1 ; on a deux solutions distinctes
pour t=1 ; pas de solutions ; pour 1<t<4 pas de solutions
pour t=4 on a une solution double ; pour t>4 on a 2 solutions≠.</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="5">3</td><td>1)$D_f =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>2) $x = -1$ asymptote verticale car la limite de f en -1 est ∞</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td>3) (C) se trouve au dessous de l'axe des x pour $x \in]-\infty; -1[$</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td>4) $(T_A): y = -4;$ car $f'(-2) = 0$</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td>5) On a $x + 1 \neq 0$ et $x - 1 \neq 0$ alors $(x-1)(x+1) \neq 0; x^2 - 1 \neq 0$
or $x + c \neq 0$ d'où c=-1
$f(0) = 0$ alors $b = -1; f(-2) = -4 ; -2a + b = -3; a = 1$</td><td>1.5</td></tr>
</table>

3	$f(x) = x - 1 + \frac{1}{x+1}$	
	6) $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) - (x-1) = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{1}{x+1} = 0$; alors la droite d'équation : y=x-1 est une asymptote oblique à (C)	0.75
	 7)	1.5
	8) Soit (d) la droite d'équation $y = -x - 1$ (C) se trouve au dessus de (d) lorsque $x \in \left]-1; +\infty\right[$	1