

Problème 1 (5 pts)

On donne les deux propositions suivantes :

P : Lina est sérieuse .

q : Lina est studieuse.

1) Traduire en langage symbolique les propositions suivantes :

a- Lina est studieuse et sérieuse.

b- Si Lina est studieuse alors elle est sérieuse.

c- Il n'est pas vrai que Lina est studieuse et sérieuse.

d- Lina n'est pas studieuse ou n'est pas sérieuse.

2) Parmi les 4 propositions de la première question ; donner deux propositions équivalentes.

3) Ecrire en langage usuel les propositions suivantes :

$$(\neg P)(\neg q) ; P(\neg q) ; \neg (pq)$$

Problème 2 (5 pts)

À raison de faire une activité en groupe ; le professeur de mathématiques a groupé les élèves de la manière suivante :

Groupe A : 2 filles et 2 garçons

Groupe B : 3 filles et 2 garçons

Sachant qu'il y a dans la classe **17 filles et 14 garçons**

a) Combien de groupes de chaque sorte peut-il former ?

b) Le tableau ci-dessous représente les avis des élèves selon qu'ils aiment ou détestent les mathématiques :

	Filles	Garçons	Total
Aiment les maths		10	
Détestent les maths	9		
Total			

i. Compléter le tableau ci-dessus

ii. On choisit un élève au hasard de cette classe et on considère les événements suivants :

A : « L'élève choisi est une fille qui aime les mathématiques »

B : « L'élève choisi est un garçon qui n'aime pas les mathématiques »

C : « L'élève choisi est un garçon sachant qu'il aime les mathématiques »

Calculer les probabilités de A ; B et C.

Problème 3 (10 pts)

Soit $f(x) = \frac{x^2+3}{x+1}$; soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

a) Déterminer le domaine de définition de f .

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$.

En déduire l'équation d'une asymptote à (C).

c) Vérifier que $f(x) = x - 1 + \frac{4}{x+1}$; en déduire que la droite (d) d'équation : $y = x - 1$ est une asymptote à (C).

d) Vérifier que $f'(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$, puis dresser le tableau de variations de f .

e) Tracer (C) et ses asymptotes dans un même repère orthonormé.

f) Résoudre graphiquement $f(x) + x \geq 0$.

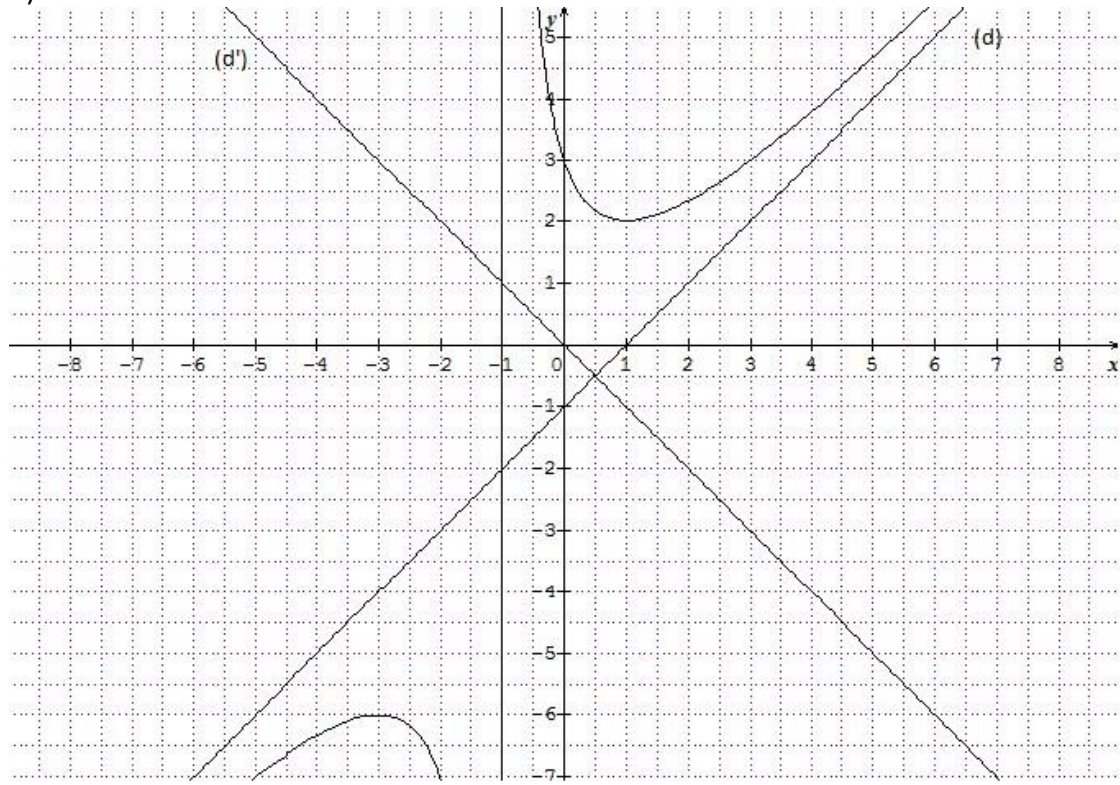
g) Sans faire un calcul, comparer $f(-1500)$ et $f(-1400)$ en justifiant la réponse.

Bon travail

Barème LH

Problèmes	Solutions	Notes																			
1	1) a) $q \wedge p$; b) $q \Rightarrow p$; c) $\neg (q \wedge p)$; d) $\neg q \vee \neg p$	2																			
	2) c) et d) sont équivalentes	1																			
	3 Lina n'est pas sérieuse et n'est pas studieuse Lina est sérieuse ou n'est pas studieuse Il n'est pas vrai que Lina est sérieuse ou studieuse	2																			
2	a) Soit x le nombre de groupe A et y le nombre de groupes B $\begin{cases} 2x + 3y = 17 \\ 2x + 2y = 14 \end{cases}$; d'après la calculatrice on aura x=4 et y=3 On a 4 groupes qui contient 2 filles et 2 garçons et 3 groupes qui contient 3 filles et 2 garçons.	2																			
	b) i) <table border="1" style="margin-left: 40px;"> <thead> <tr> <th></th> <th>Filles</th> <th>Garçons</th> <th>Total</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Aiment les maths</td> <td>8</td> <td>10</td> <td>18</td> </tr> <tr> <td>Détestent les maths</td> <td>9</td> <td>4</td> <td>13</td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td>17</td> <td>14</td> <td>31</td> </tr> </tbody> </table>		Filles	Garçons	Total	Aiment les maths	8	10	18	Détestent les maths	9	4	13	Total	17	14	31	1			
		Filles	Garçons	Total																	
Aiment les maths	8	10	18																		
Détestent les maths	9	4	13																		
Total	17	14	31																		
ii) $P(A) = \frac{8}{31}$; $P(B) = \frac{4}{31}$; $P(C) = \frac{10}{18}$	2																				
3	a) $D_f =] -\infty ; -1[\cup] -1 ; +\infty [$	1																			
	b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$ alors x=-1 est l'équation d'une asymptote verticale	2																			
	c) $x - 1 + \frac{4}{x+1} = \frac{(x-1)(x+1)+4}{x+1} = \frac{x^2-1+4}{x+1} = \frac{x^2+3}{x+1} = f(x)$	1																			
	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - (x-1) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x+1} = 0$ alors (d) : y=x+1 est l'équation d'une asymptote à (C)	1																			
	d) $f'(x) = \frac{2x(x+1) - (x^2+3)}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2} = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$; $f'(x)=0$ pour x=1 ou x=-3	½																			
<table border="1" style="margin-left: 40px;"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-3</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f'(x)</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>$-\infty$</td> <td>-6</td> <td>$-\infty$</td> <td>$+\infty$</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </tbody> </table>	x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$	f'(x)	+	0	-	-	0	+	f(x)	$-\infty$	-6	$-\infty$	$+\infty$	2	$+\infty$	1
x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$																
f'(x)	+	0	-	-	0	+															
f(x)	$-\infty$	-6	$-\infty$	$+\infty$	2	$+\infty$															

e)



3

2

f) Soit (d') la droite d'équation $y = -x$; $f(x) + x \geq 0$ si et seulement si $f(x) \geq -x$
 la courbe (C) se trouve au dessus de (d') lorsque $x \in] - 1; +\infty[$

1

g) -1500 et $-1400 \in] - \infty; -3[$ et sur cet intervalle la fonction est strictement
 croissante ; comme $-1500 < -1400$ alors $f(-1500) < f(-1400)$

½